



## Επιστημονική Ένωση για τη Διδακτική των Μαθηματικών

«Τα Μαθηματικά σε ένα Αναβαθμισμένο Σχολείο»  
9 & 10 Οκτωβρίου 2015

Μαθηματικό Τμήμα του Πανεπιστημίου Αθηνών Αμφιθέατρο 23

### «ΗΧΗΡΕΣ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ» ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΜΙΑ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ EMP MATHS

ΜΑΡΙΑ ΑΡΓΥΡΙΟΥ

Δρ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ, ΙΟΝΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

#### **Ποιες είναι οι καλύτεροι μέθοδοι για να διδάξουμε μαθηματικά;**

Το ερώτημα αυτό απασχολεί ερευνητές και εκπαιδευτικούς εκατοντάδες χρόνια. Ωστόσο σύμφωνα με τον Swan κ.ά (2008) καμιά, ίσως, μέθοδος δεν θεωρείται ενδεδειγμένη. Ασφαλώς η συγκεκριμένη τοποθέτηση δεν αποτελεί κάποια πρωτότυπη παραδοχή καθώς όχι μόνο τα παιδιά μαθαίνουν με πολλούς διαφορετικούς τρόπους αλλά και γιατί τα μαθηματικά από μόνα τους είναι ένα σύνθετο διδακτικό αντικείμενο. Στη σύγχρονη βιβλιογραφία βρίσκουμε αρκετές έρευνες (Askew, κ.ά., 1997; Swan κ.ά., 2008; Ball κ.ά., 2008; Hattie, 2009; European Commission, 2011) οι οποίες κάνουν λόγο για ευκαιρίες μάθησης στο συγκεκριμένο διδακτικό αντικείμενο ομαδοποιώντας τις σε κατηγορίες ανάλογα με την αποτελεσματικότητά τους. Αυτές είναι:

- η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και η ερμηνεία των παραστάσεων,

- η ανάπτυξη στρατηγικών σχετικά με τη διερεύνηση νέων προβλημάτων,
- η ανάπτυξη ευχέρειας στις μεθόδους υπολογισμού,
- η κατανόηση της δύναμης των μαθηματικών και του κοινωνικού ρόλου της.

Τα ευρήματα των ερευνών των Swan κ.ά. (2008) εστιάζουν σε συγκεκριμένα μοντέλα διδασκαλίας που ευνοούν τα μαθηματικά πεδία που προαναφέρθηκαν υπογραμμίζοντας ότι ήταν σημαντικό για τα παιδιά να παρέχονται ευκαιρίες για μαθηματικά πλούσιες συζητήσεις με τους δασκάλους τους και τους συμμαθητές τους. Ανακάλυψαν επίσης ότι η ανοικτότητα στην επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων και η αμφισβήτηση αποτέλεσαν παράγοντες οι οποίοι βοήθησαν τα παιδιά να αναπτύξουν τη μαθηματική σκέψη και την κατανόηση.

Οι Askew, κ.ά. (1997) διαπίστωσαν ότι οι πιο αποτελεσματικοί δάσκαλοι ήταν αυτοί που παρότρυναν τα παιδιά να ανάγουν αλλά και να συνδέουν ότι μαθαίνουν με διάφορες μαθηματικές έννοιες. Με αυτόν τον τρόπο ισχυροποίησαν τη νοητική σκέψη ενδυναμώνοντας την. Αυτό θα μπορούσε να σημαίνει, για παράδειγμα, τη διδασκαλία των μαθηματικών μέσα από την αφήγηση των ιστοριών, μέσω της μουσικής, είτε μέσω του παιχνιδιού. Οι συγκεκριμένες διδακτικές παρεμβάσεις βοήθησαν στο να προκληθεί το ενδιαφέρον των μαθητών γύρω από τις μαθηματικές έννοιες με σκοπό να επιτευχθεί η καλύτερη εννοιολογική κατανόηση αυτών, να “εξανθρωπιστεί” η διδασκαλία της επιστήμης, μέσω της αξιοποίησης της μουσικής στη διδασκαλία των μαθηματικών, αλλά και να επιτευχθεί η ενασχόληση των μαθητών με τα μαθηματικά με ιδιαίτερο ενδιαφέρον (Δήμου, 2013: 51).

Σύμφωνα με πρόσφατη έρευνα (European Commission, 2011), σε επίπεδο εκπαιδευτικής πολιτικής, οι εθνικές κεντρικές πολιτικές υποστηρίζουν καινοτόμες προσεγγίσεις στη διδασκαλία των μαθηματικών στο σύνολό τους. Στη Γερμανία και Ολλανδία οι εκπαιδευτικοί λαμβάνουν βοηθητικό εκπαιδευτικό υλικό και μεθοδολογία μέσω διαδικτύου και άλλων πηγών ενώ στην Ουγγαρία, στη Σουηδία και στην Ισλανδία οι εκπαιδευτικοί δεν καθοδηγούνται με οδηγίες διδακτικών πρακτικών και μεθοδολογιών καθώς είναι ελεύθεροι από το αναλυτικό τους πρόγραμμα να υποστηρίζουν τις διδακτικές πρακτικές τους επιλέγοντας ελεύθερα τις στρατηγικές διδασκαλίας τους.

### **Χαμηλή επίδοση στα μαθηματικά**

Η χαμηλή επίδοση στα μαθηματικά αποτελεί ένα πρόβλημα για πολλά παιδιά σε όλη την Ευρώπη, παρόλο που λιγότερες από τις μισές χώρες της Ευρώπης έχουν ερευνήσει το πρόβλημα σε βάθος (European Commission, 2011). Πολλές αναφορές εκ μέρους των μελών κρατών της Ευρωπαϊκής Ένωσης (European Commission, 2011:143) συνδέουν τα μαθηματικά επιτεύγματα με παράγοντες όπως οι κοινωνικο-οικονομικές συνθήκες, η ανώτατη εκπαίδευση των γονέων, τα κίνητρα που δίνονται στους μαθητές. Σχετική έρευνα σχετικά με προτεινόμενες αποτελεσματικές εκπαιδευτικές πρακτικές για την αντιμετώπιση της χαμηλής επίδοσης στα μαθηματικά υπογραμμίζει τη σημασία των παρακάτω:

- Την αναγκαιότητα του να διδάσκονται τα μαθηματικά στο νηπιαγωγείο,
- Την παροχή της εξατομικευμένης στήριξης για την αντιμετώπιση των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά,
- Την αύξηση των κινήτρων διασφαλίζοντας την επιτυχημένη σύζευξη της διδασκαλίας των μαθηματικών με άλλα διδακτικά αντικείμενα,
- Τη σύνδεσή τους με την καθημερινή ζωή,
- Τη συμμετοχή των γονέων στην μαθηματική εκπαίδευση των παιδιών τους.

### **Ο πολίτης του 21ου αιώνα και οι άξονες προτεραιότητας της Ε.Ε για την εκπαίδευση**

Η ανάγκη βελτίωσης της ποιότητας και της καταλληλότητας των δεξιοτήτων και των ικανοτήτων με τις οποίες πρέπει να αποφοιτούν οι νέοι της Ευρώπης από τα σχολεία έχει αναγνωρισθεί σε επίπεδο Ε.Ε. Η τρέχουσα κατάσταση επιτείνει ακόμη περισσότερο τον επείγοντα χαρακτήρα του θέματος, δεδομένου ότι η Ευρώπη αντιμετωπίζει υψηλή ανεργία των νέων και σε ορισμένες περιπτώσεις σοβαρή αναντιστοιχία δεξιοτήτων.

Τα τελευταία χρόνια, η έννοια των βασικών ικανοτήτων έχει αρχίσει να αποκτά κυρίαρχη θέση στα Ευρωπαϊκά εκπαιδευτικά συστήματα μέσα από την ενσωμάτωση των βασικών ικανοτήτων στα εθνικά αναλυτικά προγράμματα (Ευρωπαϊκή Επιτροπή, 2012). Οκτώ βασικές ικανότητες έχουν προσδιορισθεί σε επίπεδο ΕΕ οι οποίες αντιπροσωπεύουν ένα συνδυασμό

γνώσεων, δεξιοτήτων και συμπεριφορών, οι οποίες θεωρούνται απαραίτητες για την ατομική ολοκλήρωση και εξέλιξη, την ενεργοποίηση του πολίτη, την κοινωνική ένταξη και την απασχόληση. Επικοινωνία στη μητρική γλώσσα:

- Επικοινωνία στις ξένες γλώσσες
- Μαθηματική ικανότητα και βασικές ικανότητες στις επιστήμες και στην τεχνολογία
- Ψηφιακή ικανότητα
- Μεταγνωστικές ικανότητες
- Κοινωνικές ικανότητες και ικανότητες που σχετίζονται με την ιδιότητα του πολίτη
- Αίσθημα πρωτοβουλίας και επιχειρηματικότητα
- Πολιτιστική γνώση και έκφραση

Οι προαναφερθείσες δεξιότητες υπογραμμίζουν τέσσερις προκλήσεις οι οποίες πρέπει να αντιμετωπιστούν, με σκοπό την επιτυχία της ατζέντας των βασικών ικανοτήτων, ώστε αυτή να συμβάλει τα μέγιστα στην οικονομική ανάπτυξη και στις θέσεις εργασίας και να βοηθήσει τις Ευρωπαϊκές χώρες να παρακολουθήσουν τον ρυθμό της μεταβαλλόμενης ζήτησης δεξιοτήτων:

- ✓ στρατηγική προσέγγιση βελτίωσης των ικανοτήτων των μαθητών,
- ✓ υποστήριξη για την ανάπτυξη των εγκάρσιων ικανοτήτων, π.χ. ενσωμάτωση των μουσικών δεξιοτήτων στη διδασκαλία των μαθηματικών (οι εν λόγω ικανότητες μπορεί να διδάσκονται ως ξεχωριστό μάθημα, ως τμήμα ενός ευρύτερου αναλυτικού προγράμματος ή μαθησιακού τομέα, και μπορούν επίσης να προσφέρονται σε όλο το εύρος του αναλυτικού προγράμματος, όπου όλοι οι εκπαιδευτικοί μοιράζονται την ευθύνη της διδασκαλίας),
- ✓ Αντιμέτωπιση των χαμηλών επιδόσεων στις βασικές δεξιότητες (μαθηματικά και επιστήμες: ανάγκη για πρακτικές στη σχολική τάξη, έρευνα για την αποτελεσματικότητα συγκεκριμένων μεθόδων διδασκαλίας και αξιολόγηση των υποστηρικτικών μέτρων με δομημένο και συστηματικό τρόπο),
- ✓ Βελτίωση των κινήτρων των μαθητών για μάθηση μαθηματικών , επιστημών και

τεχνολογίας και ενθάρρυνση για την συνέχιση της σταδιοδρομίας στους συγκεκριμένους τομείς.

## **Η ευρωπαϊκή εκπαιδευτική πολιτική για τα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών των Μαθηματικών**

Κατά τη διάρκεια της τελευταίας δεκαετίας, οι περισσότερες χώρες στην Ευρώπη έχουν αναθεωρήσει τα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών τους για τα μαθηματικά εστιάζοντας περισσότερο στις δεξιότητες / ικανότητες που θα πρέπει να αποκτήσουν οι μαθητές και λιγότερο στο περιεχόμενο. Εξαίρεση αποτελεί το Ηνωμένο Βασίλειο όπου το Εθνικό Εκπαιδευτικό Πρόγραμμα του 2014 για τα Μαθηματικά (Department for Education, 2014) εστιάζει στη διδασκαλία των αλγορίθμων και στη γνώση των αριθμητικών δεδομένων για κάθε ηλικιακό επίπεδο παρόλο που το γενικότερο πλαίσιο του αναλυτικού προγράμματος προωθεί τη μαθηματική λογική και την επίλυση προβλημάτων. Οι προσδοκίες του συγκεκριμένου εκπαιδευτικού συστήματος σχετικά με τα παραπάνω φαίνεται ότι αυξάνονται για κάθε έτος εκπαίδευσης σημαντικά, παρόλο που σε αρκετές χώρες της Ευρώπης τα εθνικά εκπαιδευτικά συστήματα έχουν προβεί σε μείωση του περιεχομένου με σκοπό οι μαθητές να είναι σε θέση να κάνουν διεπιστημονικές συνδέσεις και να επικεντρώνονται περισσότερο στην επίλυση προβλημάτων και τα εφαρμοσμένα μαθηματικά. Σύμφωνα με τις επίσημες αναφορές των εθνικών εκπαιδευτικών πολιτικών, σε ολόκληρη την Ευρώπη, φαίνεται ότι τα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών χωρίζονται σε πέντε βασικές περιοχές (EACEA/Eurydice, 2009a; 2009b; 2011a; 2011b; 2011c; 2011d):

- Κατάκτηση βασικών μαθηματικών δεξιοτήτων και μεθόδων,
- Κατανόηση μαθηματικών εννοιών και αρχών,
- Εφαρμογή των μαθηματικών στην καθημερινή πρακτική,
- Επικοινωνία με μαθηματικά,
- Μαθηματική συλλογιστική.

### **Μουσική και Μαθηματικά: Σημεία κοινής επαφής και συν-διδασκαλίας**

Τα μαθηματικά, όπως και η μουσική, αποτελούν διδακτικό αντικείμενο το οποίο διαρκώς αλλάζει και μετασχηματίζεται. Από την πλευρά του παιδιού, τα μαθηματικά θα πρέπει να εμπεριέχουν τη δημιουργία, την έμπνευση και - γιατί όχι - το στοιχείο της έκπληξης.

Η Hofstadter (1979) και ο Burton (1984) υποστηρίζουν ότι η μαθηματική σκέψη στηρίζεται στην αναγνώριση σχημάτων και μοτίβων

αλλά και στις διεργασίες της επανάληψης, γεγονός που συναντάται και στη μουσική αλλά και ευρύτερα στην τέχνη (όπως π.χ στα έργα του Bach αλλά και του Escher). Σύμφωνα με τις απόψεις αυτές, τα παιδιά ανακαλύπτουν ευφάνταστους τρόπους για να θέσουν μαθηματικές ερωτήσεις οι οποίες πολλές φορές γίνονται τυχαία και με ακατάστατη σειρά, με κοινό στόχο όμως να δώσουν απαντήσεις στα ερωτήματά τους. Έτσι ένα μεγάλο μέρος των μαθηματικών που διδάσκονται στην πρωτοσχολική ηλικία περιλαμβάνει μόνο αριθμούς και πράξεις αξιοποιώντας τη μνήμη και την αντίληψη. Κάτι τέτοιο δεν έρχεται ως επακόλουθο μιας συνειδητής εκλογικευμένης προσπάθειας εκ μέρους του παιδιού αλλά της έμφυτης διάθεσης του για επιβίωση (Dehaene, 2011). Καταληκτικά θα λέγαμε ότι τα μαθηματικά αποτελούν έναν συνδυασμό νοητικής και φυσικής άσκησης συστήνοντας μηχανισμό που υποστηρίζει το μέτρημα καθώς και τη δυνατότητα του να διεκδικεί κάποιος ότι του ανήκει ως οντότητα (Aizenman et all., 2013).

Η μουσική μέσα από την κίνηση, το ρυθμό, την αλληλουχία στηρίζει σε βασικό επίπεδο τη σειρά των αριθμητικών γεγονότων (rote Learning of number facts) επιτυγχάνοντας τη διαθεματική προσέγγιση των μαθηματικών. Η μουσική αξιοποιώντας αυτού του είδους τα ερεθίσματα επιτυγχάνει: την κατανόηση του ρυθμού, του τόνου, της διάρκειας, των δυναμικών, της μουσικής δομής, του μουσικού κειμένου, της μουσικής γραφής, αλλά και της σύνθεσης, της μουσικής δημιουργίας, του αυτοσχεδιασμού (Hilton et all, 2015: 14).

Πιο συγκεκριμένα η μουσική συναντά τα μαθηματικά ως εξής:

- Βοηθά στο να μετρήσουμε πίσω και μπρός (μονάδες, δεκάδες, κτλ)
- Δημιουργεί σχέσεις ανάμεσα σε μοτίβα και σχήματα
- Συνδυάζει μοτίβα
- Συγκρίνει και μετρά τα διαστήματα του χρόνου
- Συγκρίνει τη διάρκεια των χρονικών γεγονότων και των αλληλουχιών
- Αξιοποιεί την κίνηση για την κατανόηση της κατεύθυνσης μοιράζοντας ανάλογα το χρόνο
- Βάζει σε σειρά ή συνδυάζει μοτίβα και ρυθμικά σχήματα
- Αξιοποιεί αριθμητικές πράξεις όπως η πρόσθεση, η αφαίρεση, ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση
- Αναγνωρίζει τις αναλογίες
- Αναγνωρίζει αλλά και δημιουργεί αριθμητικές ακολουθίες

Η επισκόπηση των αναλυτικών προγραμμάτων των μαθηματικών σε ολόκληρη την Ευρώπη παρέχει ένα πολύ χρήσιμο συμπέρασμα καθώς η μουσική μπορεί να είναι καθοριστική για την αποτελεσματική διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών. Σε πολύ γενικές γραμμές, το πλαίσιο στο οποίο τα μαθηματικά διδάσκονται αποτελεί το κλειδί για την ενίσχυση των κινήτρων, του ενδιαφέροντος των μαθητών, διευκολύνοντας αποτελεσματικά τη μαθηματική γνώση (Karageorgos, κ.ά. 1999; IMA, 2009). Η Μουσική μπορεί να προσφέρει ένα τέτοιο πλαίσιο, δεδομένου ότι οι εκπαιδευτικοί είναι σε θέση να συνδυάζουν τις μαθηματικές και τις μουσικές τους γνώσεις, αξιοποιώντας στο βέλτιστο τις ευκαιρίες διδασκαλίας που τους δίνονται.

Η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και αρχών, η οποία είναι και το κλειδί των αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών των μαθηματικών, περιλαμβάνει την παραδοχή ότι τα μαθηματικά, σε όλα τα επίπεδα, ασχολούνται με την κατανόηση των μοτίβων και των αριθμητικών συσχετισμών. Κάτι τέτοιο συμπίπτει διδακτικά με την κατανόηση των μουσικών μοτίβων τα οποία διέπονται από συμμετρίες, αλληλουχίες και επαναλήψεις υποβοηθώντας την μηχανική μάθηση της αριθμητικής αλληλουχίας. Ωστόσο, αν η μουσική διδάσκεται σε συνδυασμό με τα μαθηματικά, μπορούν να ενισχυθούν γνωστικά και μαθησιακά πιο θεμελιώδη πεδία όπως, για παράδειγμα, η γεωμετρία και η άλγεβρα (Μουσιάδης & Σπυρίδης, 1994:9, 35; Cheek & Smith, 1999).

Σύμφωνα με τα παραπάνω είναι εφικτό να εξετάσουμε με προσοχή τη συνεπαγωγική σχέση της μουσικής με τα μαθηματικά καθώς διαπιστώνεται σύγκλιση σε τομείς όπως: ο ρυθμός, η δομή, η τονικότητα, η διάρκεια, οι δυναμικές, η ταχύτητα, ο συμβολισμός / μουσικός εγγραμματισμός, η δημιουργικότητα, ο αυτοσχεδιασμός, η σύνθεση (Hilton, κ.ά., 2015:15). Στην έρευνα των Hilton κ.ά (2015) τα σημεία σύγκλισης των μαθηματικών και της μουσικής εστιάζουν στα παρακάτω:

- κατανόηση της μουσικής με βάση συγκεκριμένα κριτήρια όπως: ο ρυθμός, η τονικότητα, η διάρκεια, η δυναμική, η ταχύτητα, η υφή, η δομή,
- μέτρηση σε μονάδες, δεκάδες κτλ
- υποδιαίρεση του χρόνου με μουσικούς συμβολισμού όπως: τα τέταρτα, τα μισά, τα ολόκληρα κτλ.,
- συνδέσεις με αριθμητικά μοτίβα και γεωμετρικά σχήματα / σύμβολα

- μέτρηση χρονικών διαστημάτων σε ώρες, λεπτά και δευτερόλεπτα,
- σύγκριση και ακολουθία χρονικών διαστημάτων,
- σύγκριση διάρκειας των γεγονότων
- χρήση μη τυποποιημένων μονάδων μέτρησης
- αξιοποίηση της θέσης και της άρσης
- οργάνωση αντικειμένων σε σχέδια και ακολουθίες
- αναγνώριση και χρήση της γραμμικής ακολουθίας των αριθμών
- δημιουργία και χρήση γραμμικής ακολουθίας αριθμών
- χρήση μοτίβων
- αναγνώριση της αναλογικότητας
- πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων με ίδιο παρονομαστή (π.χ.  $\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$ )
- πρόσθεση και αφαίρεση ετερόνυμων κλασμάτων (π.χ.  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ )
- επίλυση προβλημάτων που αφορούν τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση.

### **Θεωρητικό υπόβαθρο**

Το συγκεκριμένο πρόγραμμα αξιοποιεί το θεωρητικό πλαίσιο συγκεκριμένων θεωριών μάθησης (Bigge, 1990), στο πλαίσιο της παιδαγωγικής ψυχολογίας, από τις οποίες η κάθε μία, με βάση την διαφορετική φιλοσοφική αφετηρία της, αλλά και τη χρήση διαφορετικών μεθόδων έρευνας γύρω από την λειτουργία του εγκεφάλου, δίνει τη δική της εννοιολογική ερμηνεία στο φαινόμενο της μάθησης. Βάση των θεωριών μάθησης, το πρόγραμμα αντλεί το θεωρητικό του υπόβαθρο από:

#### *Τον Εποικοδομισμό*

Το άτομο δομεί τη δική του πραγματικότητα μέσα από την αυτοοργανωτική ικανότητά του και την αξιοποίηση των εμπειριών του. Σύμφωνα με τη θεωρία του Εποικοδομισμού, οι άνθρωποι δημιουργούν νέα γνώση με τρόπο ενεργητικό καθώς αλληλεπιδρούν με το περιβάλλον εντός του οποίου λειτουργούν και δραστηριοποιούνται. Η μάθηση αναθεωρείται και επαναδομείται σταθερά μέσα στο χρόνο, εφόσον κάποιος εκτίθεται συνεχώς σε νέες εμπειρίες. Αξιοποιώντας τη θεωρία του Εποικοδομισμού, μέσα από τη συγκεκριμένη δραστηριότητα, δίνεται η δυνατότητα στο υποκείμενο για



ενεργητική συμμετοχή σε διαδικασίες παραγωγής υλικού και οργάνωσης της μαθησιακής διαδικασίας καθώς η κατασκευή της γνώσης αποτελεί από μόνη της διαδικασία στοχασμού και ερμηνείας της εμπειρίας.

### *Την κοινωνική θεωρία του Bandura*

Επιδιώκει να ερμηνεύσει τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται η μάθηση, λαμβάνοντας πολλές πτυχές της ανθρώπινης προσωπικότητας, χαρακτηριστικό που τη διαφοροποιεί από θεωρίες που ασχολούνται κυρίως με την εξέλιξη της σκέψης και τις διανοητικές λειτουργίες. Δίνεται ιδιαίτερη σημασία στη μίμηση, η οποία αποτελεί βασική πηγή μάθησης για τα κοινωνικά οργανωμένα άτομα. Η δραστηριότητα έρχεται για να ενισχύει την παρατήρηση και την ικανότητα ανάλυσης των παρατηρούμενων συμπεριφορών, παρέχοντας τη δυνατότητα τροποποίησης της συμπεριφοράς των συμμετεχόντων μέσω της παρότρυνσης προτύπων. Σε αυτό το σημείο, ο ρόλος του διδάσκοντα θεωρείται σπουδαίος καθώς μπορεί να λειτουργήσει ως κοινωνικό πρότυπο.

### *Την Θεωρία της Επικοινωνίας και της Κριτικής Επικοινωνιακής Διδακτικής*

Η Επικοινωνία έχει κομβική σημασία για την εξέλιξη της κοινωνικής συνοχής και αποτελεί διαδικασία η οποία δημιουργεί ή ανα-δημιουργεί σύμβολα που προσδιορίζουν την ατομική ταυτότητα. Η Θεωρία της Επικοινωνίας προσδιορίζει το ψυχοκοινωνικό πλαίσιο της διδασκαλίας για μια ποιοτική εκπαίδευση που λειτουργεί με αρχές μάθησης και διδασκαλίας σε ένα εξ αποστάσεως περιβάλλον. Χωρίς το επικοινωνιακό πλαίσιο, προσδιοριζόμενο από κοινωνικούς, ψυχολογικούς και τεχνολογικούς παράγοντες η διδασκαλία δεν θα μπορούσε να υφίσταται ως εκπαιδευτική διαδικασία. Κατά συνέπεια, μέσα σε ένα τέτοιο περιβάλλον είναι δυνατό να αποδομηθούν σταδιακά όλες οι παρανοήσεις, τα εμπόδια και οι αναστολές σε επίπεδο συνεννόησης και κατανόησης και να διαλευκανθούν ακόμα και οι συγκρούσεις που κατά τεκμήριο είναι απόρροια αυταρχικών μορφών επικοινωνίας και σχέσεων στην εκπαιδευτική διαδικασία.

### *Την Θεωρία της Κριτικής Χειραφετικής Παιδαγωγικής*

Κύρια επιδίωξη της συγκεκριμένης θεωρίας αποτελεί η χειραφέτηση και η φυσική ελευθερία του ατόμου η οποία θα πρέπει να κατευθύνει κάθε ενέργεια αγωγής. Η χειραφετική παιδαγωγική σκοπεύει στην ελεύθερη ανάπτυξη του ατόμου σε ένα περιβάλλον που θα μεριμνά για αυτή του την ανάπτυξη. Ο σχεδιασμός της δραστηριότητας εμπεριέχει τη μετασχηματιστική διάσταση της κριτικής χειραφετικής παιδαγωγικής καθώς: θεωρεί εντελώς απαραίτητη

την ενεργή συμμετοχή των χρηστών στη δική τους μάθηση, αξιοποιεί μαθησιακό υλικό και ποικίλες μορφές διδασκαλίας, τα οποία συμβάλλουν στην αυτοσυνείδηση των συμμετεχόντων (ομαδοκεντρική διδασκαλία, συμμετοχική διδασκαλία, έρευνα δράσης, κ.ά), ενθαρρύνει αυτοστοχαστικές και αναστοχαστικές διαδικασίες, ενθαρρύνει την αυτονομία (Φραγκάκη, 2008). Η κοινωνιολογική σημασία της συγκεκριμένης θεωρίας προσδιορίζει το παιδαγωγικό πλαίσιο της συγκεκριμένης βιωματικής παρουσίασης άρωντας τον παραγκωνισμό των συμμετεχόντων, δίνοντας έμφαση στη συμμετοχική δράση της ομάδας, διαμορφώνοντας εκ νέου τις συνθήκες μάθησης σε ένα περιβάλλον που θα μεριμνά για την ελεύθερη δραστηριοποίηση των συμμετεχόντων (Kampylis & Argyriou, 2008).

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- Δήμου, Μ. (2013). *Η αφήγηση ως καινοτόμος στρατηγική στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Διπλωματική εργασία, Τομέας Ανθρωπιστικών, Κοινωνικών Επιστημών και Δικαίου, Τομέας Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.
- Askew, M., Rhodes, V, Brown, M., Wiliam, D. & Johnson, D. (1997). Making connections: effective teaching of numeracy. Διαθέσιμο στο: <http://www.mikeaskew.net/page4/files/EffectiveTeachersofNumeracy.pdf>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407 (σ. 395)
- Ball, D.L. & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. In: J. Boaler, (Ed.). *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics*. (pp. 83-104). Westport, CT: Ablex.
- Cheek, J. M. & Smith, L. R. (1999). Music training and mathematics achievement of ninth graders. *Adolescence*, 34, 759–761.
- Department for Education (2014). Statutory guidance. National curriculum in England: mathematics programmes of study. UK (Διαθέσιμο στο:

<https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study#key-stage-1---years-1-and-2>).

- European Commission (2011). *Mathematics Education in Europe: Common Challenges and National Policies*. Brussels: Education, Audiovisual and Culture Executive Agency. Available at: [http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic\\_reports/132EN.pdf](http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132EN.pdf) [Ανακλήθηκε στις 2.9.15].
- EACEA/Eurydice, 2009a. National Testing of Pupils in Europe: Objectives, Organisation and Use of Results. Brussels: Eurydice.
- EACEA/Eurydice, Eurostat, 2009b. Key Data on Education in Europe 2009. Brussels: Eurydice.
- EACEA/Eurydice (2011a). Key Data on Learning and Innovation Through the Use of ICT at School in Europe. Brussels: Eurydice.
- EACEA/Eurydice (2011b). Recommended annual taught time in full-time compulsory education in Europe, 2009/10. Brussels: Eurydice. Διαθέσιμο στο: [http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/tools\\_en.php#taught\\_time](http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/tools_en.php#taught_time)
- EACEA/Eurydice (2011c). Science Education in Europe: National Policies, Practices and Research. Brussels: Eurydice.
- EACEA/Eurydice, (2011d.) Mathematics in Education in Europe: Common Challenges and National Policies. Education, Audiovisual and Culture Executive Agency (EACEA). Brussels: Eurydice. Διαθέσιμο στο: [http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic\\_reports/132en.pdf](http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132en.pdf)
- Hattie, J. (2009). *Visible Learning: a Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement*. London: Routledge.
- Hilton, C., Saunders, J., Henley, J., Henriksson-Macaulay, L. & Welch, G. (2015). *European Music Portfolio (EMP) – Maths: Sounding Ways into Mathematics. A Review of Literature*. UCL Institute of Education, London.

- Hodgen, J., Pepper, D., Sturman, L. & Ruddock, G. (2010). Is the UK an Outlier? An international comparison of upper secondary mathematics education. London: Nuffield Foundation. Διαθέσιμο στο:  
<http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Is%20the%20UK%20an%20Outlier%20Nuffield%20Foundation%20FINAL.pdf>
- IMA (Institute of Mathematics and its Applications), 2009. Chartered Mathematics Teacher. Διαθέσιμο στο:  
[www.ima.org.uk/cmathteach/](http://www.ima.org.uk/cmathteach/)
- Karageorgos D., Kasimati Aik. & Gialamas, B. (1999). Achievements of Gymnasio 1st Grade Pupils in Mathematics and their attitude towards the subject – An endeavour of researching their relation. Greek Review of Educational Issues. Issue 3. Volume A.
- Μωυσιάδης, Χ. & Σπυρίδης, Χ. (1994). Εφαρμοσμένα Μαθηματικά στην επιστήμη της Μουσικής. Θεσσαλονίκη: Εκδ.Ζήτη.
- Swan, M., Lacey, P. & Mann. S. (2008). *Mathematics Matters: Final Report*. Διαθέσιμο στο:  
<https://www.ncetm.org.uk/public/files/309231/Mathematics+Matters+Final+Report.pdf> [Ανακλήθηκε στις 2.9.15].
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001) Realistic Mathematics Education in the Netherlands. In: J.Anghileri, (Ed.). Principles and practice in arithmetic teaching. Innovative approaches for the primary classroom. (σσ. 49-63). Buckingham: Open University Press.
- Williams, P. (2008). *Independent Review of Mathematics Teaching in Early Years Settings and Primary Schools: Final Report*. London: DCSF. Διαθέσιμο στο  
<http://dera.ioe.ac.uk/8365/1/Williams%20Mathematics.pdf>  
 [Ανακλήθηκε στις 2.9.15].
- Αργυρίου, Μ., Λουλάκη Τσούτσια, Ε. & Μαγαλιού, Μ. (2011). Κλιμακωτά παιχνοδοτράγουδα στα διδακτικά εγχειρίδια Μουσικής Α & Β Δημοτικού: Ανάπτυξη γλωσσικών και μουσικών δεξιοτήτων. Στο Μ.Αργυρίου & Π.Καμπύλης (Επιμ.), Τέχνες και Εκπαίδευση: Δημιουργικοί Τρόποι Εκμάθησης των Γλωσσών. Πρακτικά 4ου Διεθνούς Συνεδρίου, 6-8 Μαΐου, 2011, Αθήνα, Τόμος Β (σ.σ.32-37).

- Αθήνα: Εργαστήριο Τέχνης και Λόγου, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών – ΕΕΜΑΠΕ. Διαθέσιμο στο [http://www.primarymusic.gr/old/images/editions/online/Kampylis\\_Argyriou\\_2011\\_ArtsEdu\\_B\\_VOL.pdf](http://www.primarymusic.gr/old/images/editions/online/Kampylis_Argyriou_2011_ArtsEdu_B_VOL.pdf)
- Αργυρίου,, Μ. (2011). Η πολυμορφική διάσταση της διαδικτυακής κοινότητας μάθησης στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση: Η περίπτωση του MOODLE. Αδημοσίευτη διπλωματική εργασία. Αθήνα: Σχολή Ανθρωπιστικών Σπουδών - Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο.
- Αργυρίου, Μ., Τσούτσια - Λουλάκη, Ε., & Μαγαλιού, Μ. (2010). Μουσική Α΄ και Β΄ Δημοτικού- Βιβλίο εκπαιδευτικού. Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων. Διαθέσιμο στο <http://ebooks.edu.gr/courses/DSDIM-B104/document/4d187715a2hs/4d18abb6uw3z/4d18ac03dn57.pdf>
- Aizenman, A., Gold, J., & Sekuler, R. (2013). Multisensory Integration in Visual Pattern Recognition: Music Training Matters, *Journal of Vision*, 13(9).
- Bigge , Μ. (1990). Θεωρίες μάθησης. Αθήνα: Πατάκης
- Burton, L. (1984). Mathematical Thinking: The Struggle for Meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15:1, 35-49, p.36.
- Dehaene, S. (2011). *The Number Sense [How the Mind Creates Mathematics]*. 2nd Ed. Oxford: Oxford University Press.
- Ευρωπαϊκή Επιτροπή (2012). Αναπτύσσοντας βασικές ικανότητες στο σχολείο στην Ευρώπη. Προκλήσεις και ευκαιρίες χάραξης πολιτικής. Έκθεση Ευρυδίκη. Διαθέσιμο στο [http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic\\_reports/145EL.pdf](http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/145EL.pdf)
- Hilton, C., Saunders, J., Henley, J., Henriksson - Macaulay, L. & Welch, G (2015). European Music Portfolio (EMP). Maths “Sounding Ways into Mathematics”: A Review of Literature. UCL, Institute of Education, London.
- Kampylis, P., & Argyriou, Μ. (2008). Music teachers' perceptions of creativity and their role in students' creative thinking development. In A. Daubney, E. Longhi, A.Lamont & D. Hargreaves (Eds.), *Proceedings of*

the Second European Conference on Developmental Psychology of Music (pp. 149-154). Hull: GK Publishing.

Swan, M., Lacey, P. & Mann. S. (2008). Mathematics Matters: Final Report. Available at: <https://www.ncetm.org.uk/public/files/309231/Mathematics+Matters+Final+Report.pdf>

Φραγκάκη, Μ. (2008). Δημιουργία Ηλεκτρονικής Κοινότητας Μάθησης για την παιδαγωγική αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας & της Επικοινωνίας στην εκπαιδευτική πράξη: Μελέτη ενός Πολυμορφικού Μοντέλου Εφαρμογής με χειραφετικό γνωσιακό ενδιαφέρον. Αδημοσίευτη Διδακτορική Διατριβή. Αθήνα: Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, ΠΤΔΕ, Τομέας Μαθηματικών και Πληροφορικής.